I "DISCORSI SOPRA DUE NUOVE SCIENZE"

Enrico Giusti
Università di Firenze

Premessa.

Le vicende editoriali dei Discorsi sono troppo note perché si debbano ancora una volta ricordare in dettaglio[1]. Galileo cominciò a riordinare il materiale, che aveva accumulato fin dai primi anni del secolo, subito dopo il suo rientro a Firenze dallo sventurato soggiorno romano e la sistemazione nella sua "carcere di Arcetri", aiutato in questo dai discepoli Niccolò Arrighetti e Mario Guiducci che trascrissero non pochi degli appunti. Contemporaneamente egli intrecciava una serie di rapporti epistolari in vista della pubblicazione del volume che andava componendo, con Fulgenzio Micanzio a Venezia, con Pierre de Carcavy a Tolosa, con Giovanni Pieroni in Germania, con Roberto Galilei a Lione.

Nessuna di queste iniziative dovette andare in porto, sia perché l'opera non era ancora pronta, sia soprattutto per il divieto dell'Inquisizione "de editis omnibus et edendis" col quale ben presto dovettero scontrarsi il Micanzio e il Pieroni.

D'altra parte fu lo stesso Galiliei a troncare questi tentativi, ed in particolare quello del Pieroni, a seguito dei contatti che Ludovico Elzevier aveva avuto prima a Venezia con Fulgenzio Micanzio e poi direttamente in Arcetri con Galileo e che dovevano portare alla stampa dei Discorsi nella celebre tipografia di Leida. Nel settembre del 1636 arrivano in Olanda le prime due giornate (che Galileo aveva terminato e mandato l'anno precedente, a vari suoi corrispondenti, tra cui Micanzio e Pieroni), insieme alla terza e alla quarta, queste però incomplete perché mancanti della parte relativa al moto dei proietti che per la fretta non si era riusciti a far copiare. Su quest'ultima parte Galileo lavorerà ancora qualche mese, ed infatti egli la manderà a Venezia insieme all'appendice sul centro di gravità dei solidi nel giugno dell'anno successivo, quando già da Leida cominciavano ad arrivare i primi fogli stampati dei *Discorsi.*

La stampa si compie nel luglio del 1638, e a dicembre arrivano i primi esemplari a Roma. Galileo ebbe i suoi volumi solo nel giugno dell'anno successivo, quando il libro già circolava in Italia e all'estero.

Non risulta che la pubblicazione dell'opera, nonostante il divieto dell'Inquisizione, procurasse fastidi al suo autore; segno forse di un certo ammorbidimento del rigore della condanna (che se pure ci fu, non risparmiò comunque a Galileo la segregazione fino alla fine dei suoi giorni), o più probabilmente del fatto che le materie trattate non erano rilevanti in materia di fede. Di certo, nonostante i ripetuti cenni alla composizione della materia e le chiare professioni di atomismo, essa poté circolare senza particolari problemi e venne ristampata in tutte le edizioni delle opere di Galileo.

La struttura dei "Discorsi".

Le due nuove scienze annunciate nel titolo, la meccanica e i moti locali, occupano ognuna due giornate, delle quali la prima si consuma tutta in continue digressioni sulle più svariate materie, tra le

[1] Per un'esposizione più dettagliata si potrà vedere la premessa di A. Favaro all'ottavo volume delle Opere di Galilei (Edizione Nazionale, Giunti-Barbera, Firenze 1968), come pure l'introduzione di A. Carugo e L. Geymonat all'edizione dei Discorsi, Boringhieri, Torino 1958.

quali primeggiano gli atomi e il vuoto. È solo a partire dalla seconda giornata che i "discorsi" cedono il passo alle "dimostrazioni matematiche", con la trattazione della resistenza dei materiali. Seguono le due giornate dedicate al moto accelerato: la terza al moto dei gravi e la quarta a quello dei proietti. Alla fine del volume trova poi posto un trattato sul centro di gravità dei solidi, che Galileo aveva composto in gioventù, ma che era rimasto inedito, eclissato -è lo stesso Galileo che ce lo dice- dal *De centro gravitatis solidorum* di Luca Valerio.

In realtà Galileo aveva cominciato a lavorare a due altre giornate, che nel suo progetto dovevano aggiungersi a quelle stampate: la quinta sulla teoria delle proporzioni, la sesta sulla forza della percossa. Si tratta di due temi altamente significativi: da una parte la teoria delle proporzioni è il linguaggio che unifica tutta la struttura matematica del volume; linguaggio obbligato per un'indagine quantitativa delle leggi fisiche. Galileo, che pure padroneggiava completamente le sottigliezze della teoria eudossiana contenuta negli *Elementi* di Euclide, riteneva quest'ultima troppo complessa e non abbastanza efficace per i suoi scopi, e si propone di sostituirla con una nuova sistemazione. Su questo tema torneranno a più riprese molti tra i maggiori componenti della scuola galileiana[2].

Ma anche il tema dell'altra giornata, la forza della percossa, occupa un posto centrale nelle speculazioni di Galileo, non solo per il suo interesse intrinseco, ma anche -e forse soprattutto- perché alla percossa occorrerà fare riferimento per la precisazione di uno dei punti più delicati dell'analisi del moto accelerato: la velocità istantanea.

Le due giornate non verranno mai ad aggiungersi a quelle pubblicate. Se per la teoria delle proporzioni probabilmente gli mancarono le forze per condurre a termine un lavoro già delineato nei suoi capisaldi, Galileo non riuscirà a trovare la chiave per impostare correttamente il problema dell'urto, che cercò di descrivere -imitato in questo da Torricelli che ne riprese i suggerimenti- confrontandolo con l'effetto di un peso. Esse furono pubblicate separatamente molto più tardi, nel 1675 la quinta, la sesta nel 1718, nella seconda edizione delle *Opere*.

La resistenza dei materiali.

Mentre la terza e la quarta giornata, e per molti versi anche la prima, sono state analizzate nei minimi dettagli, ci sono ben pochi studi dedicati alla seconda giornata, nella quale Galileo fonda la teoria della resistenza dei materiali. Le ragioni di questa differenza così marcata sono come sempre molteplici. Da una parte, a differenza del moto dei gravi, per la quale disponiamo di una vasta mole di documenti che ci permettono di seguirne l'evoluzione nei massimi dettagli, la teoria della resistenza dei materiali esce tutta intera dalle pagine dei Discorsi: come se fosse stata composta di getto pronta per la stampa; di essa non abbiamo né studi preparatori né abbozzi o tentativi dai quali possiamo ricostruire il percorso che ha condotto alla formulazione finale.

A questo si aggiunga che la teoria che Galileo delinea nella seconda giornata è per molti versi definitiva: l'argomento è affrontato e risolto completamente, senza ambiguità né forzature. Si tratterà semmai di sviluppare i temi di cui Galileo ha gettato le fondamenta, e di correggere alcuni punti importanti tecnicamente, ma marginali dal punto di vista scientifico e filosofico. Nulla insomma della tensione che percorre tutta la teoria del moto è presente in queste pagine di chiarezza esemplare.

Eppure la teoria che Galileo per la prima volta offre al lettore è di grande importanza non solo e non tanto per i risultati ottenuti, ma soprattutto perché con essa si chiude in maniera definitiva il periodo dell'empiria nella scienza dei materiali, e in particolare nelle costruzioni.

Prima di Galileo, lo strumento principale del costruttore -che sia l'architetto che edifica una chiesa o l'ingegnere che costruisce una nave- è il modello. È il modello in scala che permette di prevedere il prodotto finale, valutandone a priori le caratteristiche strutturali, estetiche, economiche, e che serve poi di guida per la costruzione effettiva. Una volta il modello costruito e approvato, si trattava poi solo di

[2] Su questo tema si veda il mio *Euclides reformatus. La teoria delle proporzioni nella scuola galileiana*, Bollati Boringhieri, Torino, 1993.

seguirne accuratamente le forme, facendo le dovute proporzioni. Questo antichissimo metodo costruttivo aveva funzionato per secoli, ed era ritenuto il più affidabile e sicuro.

Non era però senza inconvenienti, perché coll'aumentare delle dimensioni delle costruzioni, più di una volta era accaduto che edifici e macchine perfettamente saldi nel modello si rivelassero poi, una volta costruite su grande scala, deboli e insicure, quando non crollavano prima ancora di essere finite. I *Discorsi* si aprono su questo paradosso, che i tecnici dell'arsenale veneziano conoscevano molto bene:

> che in queste e altre simili machine non bisogna argumentare dalle piccole alle grandi, perché molte invenzioni di machine riescono in piccolo, che in grande poi non sussistono.

Effetto che a prima vista sembra impossibile da spiegare, perché

> essendo che tutte le ragioni della mecanica hanno i fondamenti loro nella geometria, nella quale non veggo che la grandezza e la piccolezza faccia i cerchi, i triangoli, i cilindri, i coni e qualunque altre figure solide, soggette ad altre passioni queste e ad altre quelle; quando la machina grande sia fabricata in tutti i suoi membri conforme alle proporzioni della minore, che sia valida e resistente all'esercizio al quale ella è destinata, non so vedere perché essa ancora non sia esente da gl'incontri che sopraggiugner gli possono, sinistri e destruttivi[3].

Lo stridore della contrapposizione tra meccanica e geometria era così forte, che per lo più si preferiva astenersi da ogni spiegazione del fenomeno, attribuendolo genericamente alle imperfezioni della materia, il cui effetto si sarebbe fatto sentire in maniera sempre più pronunciata aumentando le dimensioni della fabbrica.

La teoria che Galileo sviluppa nella seconda giornata fa giustizia di questo punto di vista: non sono le imperfezioni della materia che producono il fenomeno, ma il solo fatto che essa ha una resistenza finita. Anche supponendo una materia prima di imperfezioni, è possibile ampliare la scala solo fini a un certo punto, al di là del quale la fabbrica, benché conforme totalmente al modello, finisce per crollare sotto il proprio peso senza che debbano intervenire fattori esterni. Al di là delle dimostrazioni matematiche, tutte condotte impeccabilmente sulla scorta della teoria delle proporzioni, è questo il messaggio principale della seconda giornata e di tutta la teoria dei materiali.

La scienza del moto.

Il primo documento importante riguardante la trattazione matematica del moto accelerato risale 16 ottobre 1604, quando Galileo scrive a Paolo Sarpi, con cui aveva più volte avuto occasione di discutere di questo ed altri argomenti:

> Ripensando circa le cose del moto, nelle quali, per dimostrare li accidenti da me osservati, mi mancava principio totalmente indubitabile da poter porlo per assioma, mi son ridotto ad una proposizione la quale ha molto del naturale et dell'evidente; et questa supposta, dimostro poi il resto, cioè gli spazzii passati dal moto naturale esser in proporzione doppia dei tempi, et per conseguenza gli spazii passati in tempi eguali esser come i numeri impari ab unitate, et le altre cose[4].

Abbiamo qui un primo punto al quale bisogna prestare molta attenzione: Galileo ha *osservato* un certo numero di *accidenti del* moto di caduta dei gravi, ed è alla ricerca di un principio (e occorrerà aggiungere: di un metodo matematico) che permetta di unirli in una teoria del moto. In altre parole, egli conosce già i risultati a cui vuole arrivare; in primo luogo *la legge oraria* (gli spazi percorsi sono proporzionali ai quadrati dei tempi) e *la legge dei numeri dispari* (gli spazi percorsi in tempi uguali dall'inizio del moto stanno tra loro come i numeri dispari).

---

[3] *Opere* VIII, p. 50.
[4] *Opere* X, p. 115.

Quello a cui Galileo mira è dunque la scoperta non delle leggi che governano il moto, ma piuttosto di un principio unitario dal quale essi discendono e di una teoria matematica che colleghi tra loro risultati precedentemente acquisiti. Il fatto in sé non è sorprendente: sempre la sistemazione assiomatico-deduttiva di una teoria segue l'acquisizione dei suoi principali capisaldi: non si dimostra che quello che si conosce.

Il principio che mancava è ora trovato:

> Et il principio è questo: che il mobile naturale vadia crescendo di velocità con quella proporzione che si discosta dal principio del suo moto; come, v.g., cadendo il grave dal termine A per la linea ABCD, suppongo che il grado di velocità che ha in C al grado di velocità che hebbe in B esser come la distanza CA alla distanza BA, et così conseguentemente in D haver grado di velocità maggiore che in C secondo che la distanza DA è maggiore della CA[5].

Il punto di partenza della scienza del moto accelerato è dunque la proporzionalità tra la velocità e la distanza dal punto di inizio del moto: un principio errato ma non privo di attrattive, al punto che lo si ritrova in non pochi pensatori del primo Seicento. Sui motivi della scelta galileiana sono state scritte non poche pagine, tra cui quelle bellissime di Koyré[6]: preminenza della geometria dello spazio sull'esperienza temporale, centralità della teoria delle proporzioni nella geometrizzazione del moto. È quest'ultimo un motivo che percorre tutta l'opera galileiana, dato che non c'è altro modo di trattare matematicamente (dunque geometricamente) delle grandezze, che inquadrandole nello schema delineato nel V e VI libro degli *Elementi* di Euclide. Ora la teoria delle proporzioni è essenzialmente una teoria lineare, e dalla constatazione che la velocità cresce al crescere dello spazio percorso (vires acquirit eundo) all'ipotesi che essa cresca proporzionalmente il passo è breve; direi quasi obbligato, a meno di rinunciare ad una elaborazione matematica basata sul rapporto velocità-spazio.

A queste argomentazioni vorrei aggiungerne una terza, che coinvolge la questione centrale dello stato epistemologico della nozione, o meglio delle nozioni di velocità.

Se si sfoglia un testo scolastico di fisica, all'inizio della cinematica si troverà la definizione di velocità media di un moto generico, come il rapporto tra lo spazio percorso dal mobile e il tempo impiegato a percorrerlo. Questa definizione, a cui corrisponde l'assenza almeno per le velocità consuete di una speciale unità di misura, e talmente legata al linguaggio comune che di rado ci si rende conto che essa è possibile solo in uno stadio abbastanza avanzato di algebrizzazione della fisica, o se si vuole della matematica; quando cioè si sia accertata o quanto meno accettata l'equivalenza tra rapporti di grandezze e numeri, e dunque la possibilità, una volta scelta l'unità di misura, di esprimere con un numero una qualsiasi grandezza scalare. Per chi, come Galileo e i geometri che lo hanno preceduto a partire da Euclide, *ratio e numerus* formano ancora due regioni contigue ma separate, la relazione tra spazio, tempo e velocità nel moto uniforme non potrà prendere la forma usuale

$v = s/t$

ma si esprimerà in maniera più involuta dicendo che le velocità di due moti uniformi avranno un rapporto composto di quello tra gli spazi e di quello inverso dei tempi: in formule

$$v_1/v_2 = s_1/s_2 \,.\, t_2/t_1$$

La differenza tra le due diverse espressioni non sta solo nella maggiore laboriosità della seconda, una remora tutto sommato di poco conto. Quel che vale di più nel nostro caso è che mentre la prima formula può essere usata, ed è usata, per definire la velocità, ciò non può avvenire per la seconda che può dare solo i rapporti tra queste. Questo fatto non è peraltro limitato alla particolare grandezza che stiamo considerando: chi usi la teoria delle proporzioni (e dunque ammetta la possibilità di introdurre rapporti solamente tra grandezze omogenee) sarà obbligato, ogni volta che voglia introdurre una nuova grandezza fisica, a definirla

[5] *Opere,* X, p. 115.
[6] *Études galiléennes* cit., pp. 96-98.

indipendentemente dalle altre, enunciando nel contempo una serie di assiomi dai quali si possano ricavare le relazioni quantitative tra le vecchie grandezze e la nuova.

Di conseguenza la velocità, come ogni altra grandezza, viene introdotta su due livelli: l'uno metafisico descrivendone la natura in quanto carattere del moto, l'altro operativo ricavando dalla definizione e dagli assiomi le modalità di confronto e le relazioni con altre variabili cinematiche. Quest'ultima analisi ci dice come possiamo fare per confrontare tra loro le velocità di due moti (o di due porzioni dello stesso moto) e calcolarne il rapporto.

Lo schema che abbiamo delineato, se è sufficiente per la trattazione del moto uniforme, è ancora inadeguato a trattare la velocità istantanea. Il fatto è che quest'ultima è di natura diversa dalla prima, e dunque richiede che si precisi separatamente la sua natura e le sue relazioni con la velocità tout court, nonché i meccanismi che permettono di confrontare tra loro diverse velocità istantanee.

In questo caso la via seguita per le velocità uniformi, che si potevano confrontare tra loro tramite la considerazione degli spazi percorsi e dei tempi impiegati, è impraticabile; infatti per sua natura la velocità istantanea dura un istante, e quindi non può dar luogo a spostamenti. Sarà dunque necessario individuare altri eventi, che si consumino anche essi in un attimo, e dal cui confronto si possa risalire a quello delle velocità nello stesso istante. Galileo individua tali fenomeni nell'urto di un grave su una materia non elastica:

> Posate un grave sopra una materia cedente, lasciandovelo sin che prema quanto egli può con la sua semplice gravità: è manifesto che, alzandolo un braccio o due, lasciandolo poi cadere sopra la medesima materia, farà con la percossa nuova pressione, e maggiore che la fatta prima co'l solo peso; e l'effetto sarà cagionato dal mobile cadente congiunto con la velocità guadagnata nella caduta. … [Un tale] effetto sarà più e più grande, secondo che da maggior altezza verrà la percossa, cioè secondo che la velocità del percuziente sarà maggiore. Quanta dunque sia la velocità d'un grave cadente, lo potremo noi senza errore conietturare dalla qualità e quantità della percossa[7].

Ecco dunque legata la velocità all'altezza: dato che la velocità determina la quantità della percossa e che questa è proporzionale all'altezza da cui cade il grave, la velocità sarà anch'essa proporzionale allo spazio percorso. Galileo considera così evidente la proporzionalità tra velocità e percossa, che quando la scoperta della corretta legge del moto (la velocità istantanea è proporzionale al tempo) lo costringe ad abbandonare almeno una delle due ipotesi: velocità proporzionale alla percossa e percossa proporzionale all'altezza, egli rinuncerà a quest'ultima pur di serbare la prima:

> Imperò che, essendo quello che perquote il medesimo, non può determinarsi la differenza e momento delle percosse se non dalla differenza della velocità: quando dunque il percuziente, venendo da doppia altezza, facesse percossa di doppio momento, bisognerebbe che percotesse con doppia velocità[8].

Infine, a conferma ulteriore del ruolo dei processi d'urto nella definizione della velocità istantanea, è da notare anche la scelta del termine *momento della velocità* che Galileo usa per denotarla. Se con Torricelli traduciamo momento con attività[9], ovvero efficacia, non possiamo che riferirlo all'urto: la parte attiva della velocità globale nell'urto è per l'appunto la velocità al momento del contatto.

La trattazione matematica del moto.

Nella lettera a Sarpi, Galileo si limita ad enunciare i suoi risultati, senza nemmeno accennare a una loro dimostrazione. Per il teorema fondamentale, la proporzionalità tra gli spazi e i quadrati dei tempi, questa appare per la prima volta in uno scritto che per la struttura ed il contenuto può ritenersi contemporaneo alla lettera a Sarpi. Il frammento inizia riprendendo in termini più formali l'ipotesi della proporzionalità tra velocità istantanea e la distanza percorsa:

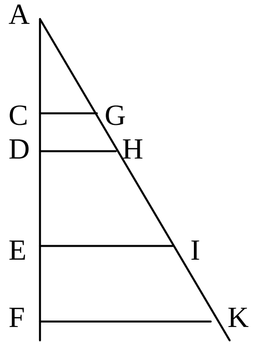
---

[7] *Opere* VIII, p. 199
[8] Ibid., p. 205.
[9] "il momento, o vogliam dire attività", *Lezioni accademiche* II. Della percossa. *Opere di E. Torricelli*, vol. II, p. 6.

> Io suppongo (e forse potrò dimostrarlo) che il grave cadente naturalmente vada continuamente accrescendo la sua velocità secondo che accresce la distanza dal termine onde si partì: come, v.g., partendosi il grave dal punto A e cadendo per la linea AB, suppongo che il grado di velocità nel punto D sia tanto maggiore che il grado di velocità in C, quanto la distanza DA è maggiore della CA, e così il grado di velocità in E esser al grado di velocità in D come EA a DA, e così in ogni punto della linea AB trovarsi con gradi di velocità proporzionali alle distanze de i medesimi punti dal termine A. Questo principio mi par molto naturale, e che risponda a tutte le esperienze che veggiamo negli strumenti e machine che operano percotendo, dove il percuziente fa tanto maggiore effetto, quanto da più grande altezza casca: e supposto questo principio, dimostrerò il resto[10].

Vediamo ancora una volta ripetuta la proporzionalità tra velocità e altezza, derivata come più tardi nei *Discorsi* da quella esplicita tra altezza di caduta ed effetti dell'urto e da quella implicitamente assunta tra questi ultimi e velocità. Una volta enunciate, le ipotesi vengono riformulate in termini geometrici:

> Faccia la linea AK qualunque angolo con la AF, e per li punti C, D, E, F siano tirate le parallele CG, DH, EI, FK: e perché le linee FK, EI, DH, CG sono tra di loro come le FA, EA, DA, CA, adunque le velocità ne i punti F, E, D, C sono come le linee FK, EI, DH, CG. Vanno dunque continuamente crescendo i gradi di velocità in tutti i punti della linea AF secondo l'incremento delle parallele tirate da tutti i medesimi punti[11].



Siamo ora al punto cruciale della dimostrazione: e cioè alla relazione tra le velocità istantanee, i *gradi* di velocità, e la velocità. Dice Galileo:

> In oltre, perché la velocità con la quale il mobile è venuto da A in D è composta di tutti i gradi di velocità auti in tutti i punti della linea AD, e la velocità con che ha passata la linea AC è composta di tutti i gradi di velocità che ha auti in tutti i punti della linea AC, adunque la velocità con che ha passata la linea AD, alla velocità con che ha passata la linea AC, ha quella proporzione che hanno tutte le linee parallele tirate da tutti i punti della linea AD sino alla AH, a tutte le parallele tirate da tutti i punti della linea AC sino alla AG[12].

Qui occorre fermarsi un momento, perché è questo uno dei punti centrali del metodo galileiano. Nel moto accelerato dunque abbiamo due tipi di velocità, ambedue variabili: il primo è rappresentato dalla "velocità con la quale il mobile passa una data linea" che naturalmente cambierà a seconda della linea in considerazione: il secondo dai gradi di velocità. Il punto essenziale è che la prima è composta di tutti i gradi di velocità acquisiti nei vari punti della linea in questione; come vedremo tra un momento sono queste velocità, che indicherò come *velocità complessive,* che hanno relazione con le altre grandezze cinematiche, spazio e tempo. I gradi di velocità (le velocità istantanee) sono in un certo senso i componenti infinitesimi delle velocità complessive: queste ultime la loro "somma". In ogni caso i rapporti tra le velocità complessive sono uguali a quelli tra tutti i gradi di velocità che le compongono.

[10] *Opere*, VIII, p. 373.
[11] Ibid.
[12] Ibid.

Per calcolare questi ultimi Galileo si riconduce ai rapporti tra tutte le parallele a tutte le parallele, e da questi a quelli tra le aree dei rispettivi triangoli:

> e questa proporzione è quella che ha il triangolo ADH al triangolo ACG, cioè il quadrato AD al quadrato AC. Adunque la velocità con che si è passata la linea AD, alla velocità con che si è passata la linea AC, ha doppia proporzione di quella che ha DA a CA[13].

Una volta ricavati i rapporti tra le velocità complessive (che stanno tra loro come le aree dei triangoli e dunque come i quadrati degli spazi percorsi, dato che le basi sono proporzionali alle altezze) si tratta di ricavare da questi le relazioni tra spazi e tempi. È qui che l'argomentazione di Galileo è più debole e che egli forza lo strumento matematico di cui dispone, la teoria delle proporzioni, per arrivare al risultato voluto. Infatti una deduzione corretta avrebbe dovuto condurre al risultato -evidentemente assurdo- che i tempi di percorrenza, che sono direttamente proporzionali agli spazi e inversamente proporzionali alle velocità, vanno come l'inverso degli spazi percorsi e reciprocamente che gli spazi sono inversamente proporzionali ai tempi. Galileo invece argomenta diversamente:

> E perché la velocità alla velocità ha contraria proporzione di quella che ha il tempo al tempo (imperò che il medesimo è crescere la velocità che sciemare A tempo), adunque il tempo del moto in AD al tempo del moto in AC ha subduplicata proporzione di quella che ha la distanza AD alla distanza AC[14].

Un ragionamento che contiene due errori: il primo nell'asserzione che le velocità sono inversamente proporzionali ai tempi, che è valida solo se gli spazi percorsi sono uguali, il che non avviene nel nostro caso; ed il secondo quando da questa "contraria proporzione" fa seguire che il tempo va come la radice dello spazio. In ambedue i casi abbiamo a che fare con procedimenti retorici basati sull'equivoco tra linguaggio matematico e linguaggio comune. Dapprima il lettore (Galileo?) si convincerà che le velocità hanno proporzione contraria dei tempi sulla base non della teoria delle proporzioni ma dell'argomento che se cresce la velocità diminuisce il tempo; dopodiché si giocherà sul termine "proporzione contraria" per fargli assumere un significato che gli è matematicamente ma non logicamente estraneo.

Al termine di questa serie di salti mortali Galileo può affermare:

> Le distanze dunque dal principio del moto sono come i quadrati de i tempi, e, dividendo, gli spazi passati in tempi eguali sono come i numeri impari ab unitate: che risponde a quello che ho sempre detto e con esperienze osservato; e così tutti i veri si rispondono[15].

Crisi e abbandono dello schema spaziale.

Non vi sono documenti che mostrino quando Galileo abbandona l'ipotesi errata di proporzionalità tra velocità e spazio per sostituirla con quella corretta della velocità istantanea proporzionale al tempo, ma quasi certamente questo passo era già compiuto nel 1610, quando egli lascia l'Università di Padova per tornare a Firenze.

Non bisogna però credere che una volta riconosciuta la proporzionalità tra velocità e tempo la dimostrazione sia immediata. Al contrario, un'applicazione immediata dello schema dimostrativo appena visto, con la sola sostituzione dell'ipotesi corretta a quella errata, porterebbe a concludere che le velocità complessive sono proporzionali ai quadrati dei tempi (e non a quelli degli spazi come in precedenza), e dunque in ultima analisi che gli spazi sono proporzionali ai cubi dei tempi.

Non abbiamo documenti che illustrino eventuali tentativi di Galileo in questa direzione; delle tracce però si possono trovare, se non direttamente nei manoscritti galileiani, nell'opera di un autore molto vicino a Galileo.

---

[13] Ibid.
[14] *0pere,* III, pp. 373-74.
[15] *0pere,* III, pp. 374.

Il passo che ci interessa si trova nello *Specchio Ustorio*[16], un'operetta che Bonaventura Cavalieri, frate gesuato e professore di matematica a Bologna, uno dei più autorevoli membri della prima scuola galileiana, pubblica nel 1632. Il brano è molto noto, soprattutto perché la pubblicazione del libro e in particolare del capitolo sul moto fu l'occasione per una breve quanto violenta protesta di Galileo, che si vedeva defraudato dei risultati di uno "studio di più di 40 anni, conferitone buona parte con larga confidenza a detto Padre"[17].

I rapporti tra Cavalieri e Galileo furono per lo più epistolari; dopo gli anni 1617-20 durante i quali il gesuato che risiedeva a Pisa ebbe occasione di soggiornare per qualche tempo a Firenze, i due si incontrarono una sola volta per un breve periodo tra la fine di gennaio ed i primi giorni di febbraio 1626, quando Cavalieri, in viaggio da Lodi dove si era trasferito nel 1620 verso Roma, si fermò a Firenze per rendere visita al Maestro. Nelle lettere di Cavalieri (quelle di risposta di Galileo, peraltro piuttosto rade, sono in gran parte perdute)[18] il problema del moto è menzionato solo nel periodo romano (febbraio-marzo 1626)[19]. È dunque plausibile ritenere che Galileo avesse "conferito con larga confidenza" i suoi studi sul moto in occasione della visita del 1626. Peraltro, proprio in quegli anni Cavalieri scrive un trattato sul moto del quale non ci resta nessuna traccia, ma la cui esistenza è testimoniata dallo Scolio finale contenuto nelle versioni manoscritte della *Geometria indivisibilium,* databili intorno al 1629: "magnum de motu opus molior"[20]. Significativamente, tali cenni vengono soppressi nell'edizione a stampa (1635) della *Geometria*, e non è escluso che la reazione di Galileo allo *Specchio Ustorio* abbia avuto una parte determinante nella scomparsa del trattato sul moto di Cavalieri.

Ma veniamo al brano che ci interessa, e cioè al cap. XLI dello *Specchio Ustorio.*

Dopo aver riportato dal *Dialogo dei massimi sistemi,* stampato nello stesso anno, la legge dei numeri dispari:

> Se per esempio, un mobile andando verso il centro in una battuta di polso farà un braccio di spatio, nella seconda ne farà 3. nella terza 5. nella quarta 7. nella quinta g. e così di man in mano...[21].

Cavalieri prosegue rappresentando geometricamente i successivi gradi di velocità di un grave cadente:

> A questa medesima conclusione mi sono ancor'io sforzato di arriuare per altra via, dopo hauerla sentita dal sudetto Sig. Galileo, considerando in un cerchio i gradi delle velocità, che, dalla quiete incominciando, vanno crescendo fino al massimo nel medesimo cerchio, rappresentandomi il centro il nullo grado di velocità, ò vogliamo dire la quiete, e le circonferenze, che si possono descriuere intorno al medesimo centro, i gradi delle diuerse velocità, quali se li vogliamo prender tutti, conviene, che noi intendiamo dissegnati tutti i cerchi possibili à descriuersi sopra quel centro[22]

Si noterà che l'ipotesi della proporzionalità tra velocità e tempo non compare qui esplicitamente, e solo più avanti si dirà che il raggio del cerchio rappresenta il tempo. In effetti, più che sulla proporzionalità tra velocità e tempo, Cavalieri pone l'attenzione sul fatto che ogni circonferenza corrisponde a un grado di velocità assunto del mobile, cioè in ultima analisi su quel principio di continuità che a quel tempo era senza dubbio molto meno naturale di quanto sembri oggi, e sulla cui validità aveva alcuni anni prima interrogato lo stesso Galileo.

A questo punto Cavalieri introduce la velocità complessiva:

---

[16] *Lo Specchio Ustorio, overo Trattato delle Settioni Coniche ed alcuni loro mirabili effetti intorno al lume, Caldo, Freddo, Suono, e Moto ancora,* Ferroni, Bologna 1632**.**

[17] Lettera a Cesare Marsili, 11 settembre 1632**.** *0pere,* XIV, p. 386.

[18] In totale, si conoscono 112 lettere di Cavalieri a Galileo, e solo 2 di Galileo a Cavalieri. Tutte si trovano pubblicate nelle *Opere* di Galilei.

[19] Si vedano in particolare le lettere del 29 febbraio 1626**:** "Ho cominciato a pensare al moto... ", e soprattutto quella del successivo 21 marzo, nella quale Cavalieri chiede lumi a Galileo sul motivo perché "il mobile che ha da passare dalla quiete a qualche grado di velocità, debba passare per gli intermedii... "(*Opere,* XIII, pp. 309 e 311)

[20] Della *Geometria,* o meglio dei primi sei libri abbiamo due codici manoscritti, ambedue non autografi. Il primo è conservato alla Biblioteca Nazionale di Firenze, il secondo alla Biblioteca dell'Accademia Etrusca di Cortona.

[21] Lo Specchio ustorio cit., p. 158.

[22] *Ibid.*

> che facendo la somma delle loro circonferenze, potremo dire di sapere la vera quantità di tutti i gradi di velocità, che intermediano tra la quiete, & il massimo grado in quel cerchio[23].

È dunque sommando tutte le circonferenze, e cioè tutti i gradi di velocità, che si ottiene "la vera quantità di tutti i gradi di velocità" e cioè la velocità complessiva. Il linguaggio di Cavalieri è qui molto crudo ed esplicito: egli parla esplicitamente di *somma* di tutti i gradi di velocità, un termine che egli stesso nella *Geometria,* e Galileo nei *Discorsi,* si preoccuperà di sfumare, usando termini come *aggregato* o *composizione*.

Ma come fare la somma di tutte le circonferenze? È qui che la nuova geometria[24] viene in soccorso, tramite l'identificazione tra gradi di velocità ed indivisibili:

> Hora, perché questo pare cosa impossibile, cioè il sommare infinite circonferenze, io mi prevaglio dell'area dell'istesso cerchio, e ne cavo le proporzioni delle aggregate velocità, incominciando dal centro, ò dalla quiete, e procedendo fino alla circonferenza estrema, cioè fino al massimo; havendo dimostrato io nella mia Geometria, che qual proporzione hanno i cerchi frà loro, tale anco l'hanno tutte le circonferenze, descrittibili sopra il centro dell'uno, à tutte le circonferenze, descrittibili sopra il centro dell'altro, perciò se nel nostro cerchio, nel quale voglio misurare le aggregate velocità, con la distanza di un terzo del semidiametro, per essempio, descriverò un cerchio, la cui circonferenza mi rappresenti un tal grado di velocità; saprò che qual proportione ha il cerchio grande al piccolo, tale ancora l'haveranno tutte le circonferenze concentriche del cerchio grande à tutte le circonferenze concentriche del piccolo, cioè tutti i gradi di velocità acquistati nel trapassar e dalla quiete al grado massimo, à tutti i gradi acquistati passando dall'istessa quiete al grado intermedio, che habbiamo preso, ma i cerchi sono tra loro, come i quadrati de' semidiametri, adunque anco dette velocità cresceranno secondo l'incremento de' quadrati de' semidiametri...[25].

Le velocità complessive stanno dunque tra loro come i quadrati dei raggi. Se ora si volesse proseguire applicando a queste velocità le regole del moto, secondo cui gli spazi hanno la proporzione composta delle velocità e dei tempi, si dovrebbe concludere che gli spazi percorsi variano come i *cubi* dei tempi impiegati, un risultato ovviamente inaccettabile. Per sfuggire a queste conclusioni, Cavalieri opera una piroetta logica che richiama quella analoga compiuta da Galileo quasi trent'anni prima, e conclude:

Ma con qual proporzione cresce la velocità del mobile, crescono anco li spatij decorsi dall'istesso mobile, come è ragionevole, poiché chi acquista altretanta velocità, quanta si ritrova havere, guadagna ancora forza di trapassare altretanto spatio, quanto faceva, e così nell'altre proportioni; adunque li spatij decorsi dal mobile, nel quale si vanno aggregando le velocità, saranno, come i quadrati de' semidiametri de' cerchi, ne' quali si possono considerare dette velocità, cioè come i quadrati de' tempi, quali intenderemo nel semidiametro del dato cerchio... [26]

Il difetto del metodo di Cavalieri sta nell'aver confrontato moti che si compiono in tempi diversi; quando invece si confrontino moti diversi in tempi uguali si giunge a un risultato corretto senza aver bisogno di avventurarsi in acrobazie logiche.

---

[23] *Ibid.,* p. 159. Si noti che la velocità complessiva non è indicata con un termine apposito, ma significativamente è denotata come "la vera quantità di tutti i gradi di velocità". Ora il termine quantità rimanda immediatamente alla teoria delle proporzioni: quello che ha quantità -dice Cavalieri- e che dunque ha proporzione con le altre grandezze cinematiche, non sono i gradi di velocità ma la loro "somma", nella nostra terminologia la velocità complessiva.

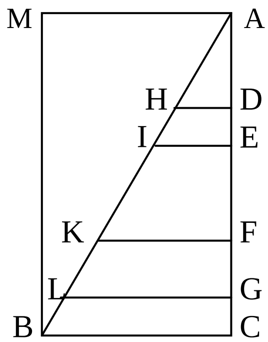
[24] *Geometria Indivisibilibus Continuorum nova quadam ratione promota,* Ferroni, Bologna 1635. Si veda in particolare la Proposizione IV del sesto libro: "Dati circuli, necnon similes sectores inter se sunt, ut omnes eorundem circumferentiae" (Due dati cerchi, o settori simili, stanno tra loro come tutte le loro circonferenze).

[25] *Lo Specchio Ustorio* cit., p. 160.

[26] *Ibid.,* p. 160**.** Si noti, a conferma di quanto dicevamo poco sopra, come Cavalieri introduca il principio fondamentale del moto dei gravi, e cioè la proporzionalità tra gradi di velocità e tempi, solo alla fine della dimostrazione, ed anche qui in maniera per niente esplicita, ma piuttosto identificando i tempi con i diversi raggi dei cerchi. Al punto che ci si potrebbe chiedere fino a che punto Cavalieri abbia realmente compreso l'architettura della teoria galileiana della caduta dei gravi.

Un esempio in proposito si trova nello stesso Galileo, e precisamente nella seconda giornata del *Dialogo dei massimi sistemi*, quando Salviati dimostra la *legge della doppia distanza:* di due mobili dei quali il primo si muove di moto accelerato a partire dalla quiete, e l'altro con velocità uniforme uguale alla velocità massima, quest'ultimo percorre uno spazio doppio del primo. Di questa legge Salviati dà una dimostrazione che però considera solo come probabile, nonostante le proteste di Sagredo:

per rappresentare la infinità de i gradi di velocità che precedono al grado DH, bisogna intendere infinite linee sempre minori e minori, che si intendano tirate da gl'infiniti punti della linea DA, parallele alla DH, la qual infinità di linea ci rappresenta in ultimo la superficie del triangolo AHD; e così intenderemo, qualsivoglia spazio passato dal mobile con moto che, cominciando dalla quiete, si vadia uniformemente accelerando, aver consumato ed essersi servito di infiniti gradi di velocità crescenti, conforme all'infinite linee, che, cominciando dal punto A, si intendono tirare parallele alla linea HD ed alle IE, KF, LG, BS, continuandosi il moto quanto ne piace.



Ora finiamo l'intero parallelogrammo AMBC, e prolunghiamo sino al suo lato BM non solo le parallele segnate nel triangolo, ma la infinità di quelle che si intendono prodotte da tutti i punti del lato AC. E sì come la BC era massima delle infinite del triangolo, rappresentanteci il massimo grado di velocità acquistato dal mobile nel moto accelerato, e tutta la superficie di esso triangolo era la massa e la somma di tutta la velocità con la quale nel tempo AC passò un tale spazio, così il parallelogrammo viene ad esser una massa ed aggregato di altrettanti gradi di velocità, ma ciascheduno eguale al massimo BC, la qual massa di velocità viene a esser doppia della massa delle velocità crescenti del triangolo, sì come esso parallelogrammo è doppio del triangolo; e però se il mobile che cadendo si è servito de i gradi di velocità accelerata, conforme al triangolo ABC, ha passato in tanto tempo un tale spazio, è ben ragionevole e probabile che servendosi delle velocità uniformi, e rispondenti al parallelogrammo, passi con moto equabile nel medesimo tempo spazio doppio al passato dal moto accelerato[27].

Il metodo delle velocità complessive è dunque compatibile con il confronto di moti che si compiono nello stesso tempo. È altresì chiaro che il confronto di moti a tempi uguali è sufficiente per ottenere oltre alla legge della doppia distanza, anche quella dei numeri dispari e dunque in definitiva la legge oraria del moto.

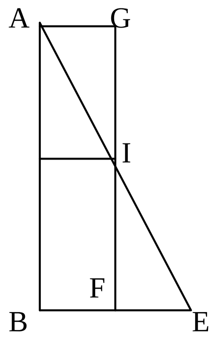
Ma d'altra parte, la necessità di considerare solo moti a tempi uguali toglie al metodo delle velocità complessive quel carattere di universalità che ne faceva il cardine della teoria del moto, e lo trasforma invece in un semplice espediente matematico privo di giustificazione teorica. Infatti altro è costruire un metodo generale che permette di passare dai momenti della velocità alle velocità complessive e da queste ai rapporti tra spazio e tempo, altro è introdurre un artificio che permette, è vero, di ricavare il rapporto tra gli spazi percorsi nel caso in cui i moti si svolgano a tempi eguali, ma la cui applicazione è limitata a questa unica situazione.

Nel primo caso si ha una teoria generale del moto, nel secondo un espediente di dubbia validità e soggetto alle più svariate critiche. Tanto vale dunque abbandonarlo del tutto, e ricavare le leggi del moto direttamente

[27] *Opere*, VII, p. 254.

dal confronto delle velocità istantanee. Sarà allora sufficiente parafrasare una ben nota dimostrazione medievale per ottenere il primo teorema dei *Discorsi:*

> Theorema 1, Propositio I. Tempus in quo aliquod spatium a mobili conficitur latione ex quiete uniformiter accelerata, est aequale tempori in quo idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu aequabili delato, cuius velocitatis gradus subduplus sit ad summum et ultimum gradum velocitatis prioris motus uniformiter accelerati.



> Repraesentetur per extensionem AB tempus in quo a mobili latione uniformiter accelerata ex quiete in C conficiatur spatium CD; graduum autem velocitatis adauctae in instantibus temporis AB maximus et ultimus repraesentetur per EB, utcunque super AB constitutam; iunctaque AE, lineae omnes ex singulis punctis lineae AB ipsi BE acquidistanter actae, crescentes velocitatis gradus post instans A repraesentabunt. Divisa deinde BE bifariam in F, ductisque parallelis FG, AG ipsis BA, BF, parallelogrammum AGFB erit constitutum, triangulo AEB aequale, dividens suo latere GF bifariam AE in I: quod si parallelae trianguli AEB usque ad IG extendantur, habebimus aggregatum parallelarum omnium in quadrilatero contentarum aequalem aggregatui comprehensarum in triangulo AEB; quae enim sunt in triangulo IEF pares sunt cum contentis in triangulo GIA; eae vero quae habentur in trapezio AIFB, communes sunt. Cumque singulis et omnibus instantibus temporis AB respondeant singula et omnia puncta lineae AB, ex quibus actae parallelae in triangulo AEB comprehensae crescentes gradus velocitatis adauctae repraesentant, parallelae vero intra parallelogrammum contentae totidem gradus velocitatis non adauctae, sed aequabilis, itidem repraesentent; apparet, totidem velocitatis momenta absumpta esse in motu accelerato iuxta crescentes parallelas trianguli AEB, ac in motu aequabili iuxta parallelas parallelogrammi GB: quod enim momentorum deficit in prima motus accelerati medietate (deficiunt enim momenta per parallelas trianguli AGI repraesentata), reficitur a momentis per parallelas trianguli IEF repraesentatis. Patet igitur, aequalia futura esse spatia tempore eodem a duobus mobilibus peracta, quorum unum motu ex quiete uniformiter accelerato moveatur, alterum vero, motu aequabili iuxta momentum subduplum momenti maximi velocitatis accelerati motus: quod erat intentum[28].

---

[28] *Opere*, VIII, pp. 208-9; vedi più oltre, pp. 183-84 (Teorema 1, Proposizione 1. Il tempo nel quale un certo spazio viene percorso con moto uniformemente accelerato dalla quiete, è uguale al tempo nel quale lo stesso spazio sarebbe percorso dallo stesso mobile traslato con un moto uniforme, il cui grado di velocità sia la metà del massimo e ultimo grado di velocità del precedente moto uniformemente accelerato. Si rappresenti con l'estensione AB il tempo nel quale lo spazio CD viene percorso da un mobile con moto uniformemente accelerato a partire dalla quiete in C; ed il massimo ed ultimo dei gradi della velocità crescente negli istanti del tempo AB si rappresenti con EB, posta ad arbitrio su AB; tracciata AE, tutte le linee condotte dai singoli punti della linea AB parallelamente alla BE rappresenteranno i gradi crescenti della velocità dall'istante A. Divisa poi BE in due parti uguali in F, e condotte FG, AG parallele alle BA, BF si sarà costruito il parallelogrammo AGFB, uguale al triangolo AEB, e che col suo lato GF divide AE in due parti uguali in I. Se ora si estendono fino ad IG le parallele del triangolo AEB, avremo l'aggregato di tutte le parallele contenute nel quadrilatero uguale all'aggregato di tutte quelle contenute nel triangolo AEB; infatti quelle che stanno nel triangolo IEF sono pari a quelle contenute nel triangolo GIA; mentre quelle che si trovano nel trapezio AIFB sono comuni. E poiché a tutti i singoli istanti del tempo AB corrispondono tutti i singoli punti della linea AB, le parallele tirate dai quali e comprese nel triangolo AEB rappresentano i gradi crescenti della velocità che aumenta, mentre le parallele contenute nel parallelogrammo rappresentano allo stesso modo altrettanti gradi di velocità non crescente, ma costante; è evidente che quanti momenti di velocità sono consumati nel moto accelerato secondo le parallele crescenti del triangolo AEB, altrettanti lo sono nel moto uniforme secondo le parallele del parallelogrammo GB; infatti quanto dei momenti manca

Rispetto alla dimostrazione "probabile" di sei anni prima, è qui sparito ogni riferimento esplicito alla massa (aggregato, somma) delle velocità, cioè alla velocità complessiva. È una rinuncia imposta come abbiamo detto dall'incapacità dello schema dimostrativo a trattare moti a tempi diversi, e dunque tanto più necessaria in quanto un suo uso al di fuori del ristretto ambito del suo campo di validità avrebbe portato inevitabilmente a risultati in contrasto tra loro, e dunque in ultima analisi al crollo della teoria matematica del moto.

Al suo posto però non troviamo una teoria diversa, ma solamente il gioco delle frasi: il vuoto lasciato dalla scomparsa della velocità complessiva viene riempito da figure retoriche. Infatti ora non è più possibile, dall'uguaglianza delle aree delle figure in esame, il triangolo e il quadrato (dall'uguaglianza di tutte le velocità istantanee dei due moti potremmo dire, parafrasando la teoria degli indivisibili di Cavalieri), inferire logicamente l'uguaglianza degli spazi percorsi. Alla dimostrazione matematica si sostituiscono artifici verbali, prima fra tutte l'uso ambiguo del termine *altrettanti* momenti di velocità *(totidem* velocitatis momenta) che assume da un lato il significato di un egual numero di gradi di velocità (a causa della corrispondenza biunivoca tra velocità istantanee nei due moti), e dall'altro quello di aggregato degli stessi momenti (come quando si dice che quella parte dei momenti che manca all'inizio è compensata da quella in eccesso sulla parte finale del moto), attraverso il quale può passare senza menzione esplicita la vecchia velocità complessiva. Siamo qui in presenza di un vero salto logico confermato da reiterate ostentazioni di sicurezza: *apparet, patet:* è chiaro, è evidente.

E però la dimostrazione così manchevole è più sicura di quella che si sarebbe ottenuta per mezzo del metodo delle velocità complessive. Questo infatti si presentava come un metodo generale, che poteva trovare giustificazione solo nella sua applicabilità universale, come abbiamo visto impossibile da ottenere. Al contrario, l'argomento usato nella dimostrazione del *Teorema I* si propone come una tecnica *ad boc,* dunque da usare e da abbandonare secondo convenienza. È quanto avviene ad esempio nel successivo *Teorema III,* dove si prova la *legge del piano inclinato* senza far cenno ai procedimenti di tipo infinitesimale che avevano caratterizzato precedenti stesure, e deducendo invece dalla corrispondenza biunivoca tra i momenti della velocità la proporzionalità tra spazi e tempi.

A questo punto non è più necessaria alcuna considerazione di velocità istantanee, e Galileo può costruire, a partire dai due teoremi dimostrati, tutta la sua cinematica, e trovare non solo le leggi del moto dei gravi in caduta libera o lungo un piano inclinato, ma anche quelle che regolano il moto dei proietti, che così ricevono fondamenti sicuri. Insieme ad esse trovano sistemazione una serie di ricerche infruttuose, ma non per questo abbandonate, sul moto di un grave lungo due successive corde di una circonferenza, residui di studi non portati a compimento sul problema della brachistocrona.

Per giungere a tanto, il prezzo da pagare non è piccolo. In effetti, la teoria fisica che Galileo aveva elaborato fin dai primi studi matematici sull'accelerazione (e in particolare all'epoca della lettera a Sarpi del 1604) era centrata su una trattazione congiunta di spazio, tempo e velocità. In essa le velocità istantanee, i momenti della velocità, si integravano a formare le velocità complessive secondo uno schema matematico che più tardi con Cavalieri doveva diventare la teoria geometrica degli indivisibili.

Erano poi queste velocità complessive (che a differenza dei momenti delle velocità costituivano delle grandezze geometriche soggette alle leggi del V libro degli Elementi di Euclide) che determinavano i rapporti tra spazi e tempi, ricoprendo il ruolo delle velocità nel moto uniforme. Le velocità complessive rappresentavano dunque il passaggio necessario tra i momenti della velocità, che non permanendo che per un istante non potevano produrre alcun movimento apprezzabile, e le grandezze cinematiche tradizionali, spazio e tempo.

---

nella prima metà del moto accelerato (e mancano i momenti rappresentati dalle parallele del triangolo AGI) viene reintegrato dai momenti rappresentati dalle parallele del triangolo IEF. È dunque evidente che saranno uguali gli spazi passati nello stesso tempo da due mobili, di cui uno si muove di moto uniformemente accelerato dalla quiete, e l'altro di moto equabile secondo un momento metà del momento massimo della velocità del moto accelerato: il che si doveva dimostrare).

La rinuncia, necessaria per l'impossibilità di una teoria priva di antinomie, alle velocità complessive nel moto accelerato, non comporta solamente l'abbandono di un passaggio intermedio nelle dimostrazioni. Essa è anche, e soprattutto, la constatazione dell'impossibilità di un ponte tra grandezze infinitesime (meglio: istantanee) e grandezze macroscopiche. Perché questo ponte trovi terreno solido sarà necessario abbandonare il principio di omogeneità, ed accettare la possibilità del prodotto di due grandezze diverse; più precisamente dotare gli istanti indivisibili di Galileo di uno spessore infinitesimo, e sommare gli infiniti spazietti ottenuti moltiplicando questi tempuscoli per le rispettive velocità. Ambedue queste operazioni, che pure come abbiamo visto si erano affacciate alla mente di Galileo, non possono trovare spazio che al prezzo di uno sconvolgimento della base matematica della teoria e di un abbandono della teoria delle proporzioni.

Davanti a questa prospettiva Galileo si arresta. Altri, Descartes indirettamente e poi definitivamente Newton, percorreranno questa strada. Galileo invece, che di una matematica solida ha bisogno per fondare il suo programma di geometrizzazione della scienza, paga il prezzo più alto e sacrifica a una matematica inadeguata la possibilità di una teoria compiuta del moto.

La cinematica galileiana come appare dai *Discorsi* è il risultato di questo sacrificio: in essa troviamo da una parte le grandezze cinematiche tradizionali, spazio e tempo, e le leggi che le riguardano: la legge di caduta dei gravi in primo luogo, e poi quella dei proietti. Di fronte a queste, separati dall'abisso dell'istantaneità, i momenti della velocità che si confrontano tra loro ma che non hanno proporzione con le altre grandezze. In mezzo, il vuoto lasciato dalla scomparsa della velocità complessiva è riempito da artifici verbali e da argomentazioni che Galileo riprende anche terminologicamente dalla trattatistica medievale.

Di qui il carattere bifronte della scienza galileiana del moto. Se la si guarda con l'occhio rivolto ai successivi sviluppi, essa ci appare come l'inizio della scienza moderna; il primo gradino di un cammino che ancor oggi prosegue nella direzione tracciata dallo scienziato pisano. Vista invece come punto d'arrivo del percorso intellettuale di Galileo, la teoria del moto che il prigioniero di Arcetri invia verso la libera Olanda ha le caratteristiche se non di una sconfitta almeno di un ripiegamento. Destino forse obbligato delle opere di grandi spiriti, che vedono al di là del proprio tempo e delle proprie possibilità.